

Zu Nr. 4:

$$\begin{aligned}
\Delta t' &= \Delta t \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \\
&= 44a \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2} \\
&= 44a \cdot 0,385 \approx 16,9a
\end{aligned}$$

Der Astronaut altert 16,9 Jahre, während sein Zwillingbruder auf der Erde 44 Jahre älter wurde.

Zu Nr. 7: Die Halbwertszeit von $\tau_0 = 1,52 \mu\text{s}$ ist die Zeit, in der auch nach mitfliegenden Uhren die Hälfte der Teilchen zerfallen ist. Die Halbwertszeit ist sozusagen ein „Tick“ einer mitfliegenden Uhr. Dieser eine „Tick“ wird aber im Laborsystem als viel langsamer, d.h. zeitlich gedehnt, wahrgenommen. Also gilt

$$\begin{aligned}
\tau_0 &= \tau_1 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \\
\tau_0^2 &= \tau_1^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right) \\
\left(\frac{\tau_0}{\tau_1}\right)^2 &= 1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2 \\
\left(\frac{v}{c}\right)^2 &= 1 - \left(\frac{\tau_0}{\tau_1}\right)^2 \\
\frac{v}{c} &= \sqrt{1 - \left(\frac{\tau_0}{\tau_1}\right)^2} \\
&= \sqrt{1 - \left(\frac{1,52 \mu\text{s}}{44,6 \mu\text{s}}\right)^2} \\
&= 0,99942
\end{aligned}$$

Die Myonen kreisten mit 99,942% der Lichtgeschwindigkeit im Speicherring.

Zu Nr. 8: Da die Uhr mit der dreifachen Schallgeschwindigkeit fliegt, gilt:

$$v = 3 \cdot 333 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 1000 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Mit $v = \frac{s}{t}$ ist das Flugzeug dann die Zeit $t = \frac{s}{v} = \frac{40 \cdot 10^6 \text{ m}}{1 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 4 \cdot 10^4 \text{ s}$ unterwegs. Mit der Näherungsformel für kleinere Geschwindigkeiten ergibt sich dann als Zeitdifferenz

$$\Delta t = t - t' = t \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{v}{c}\right)^2 = 4 \cdot 10^4 \text{ s} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}\right)^2 = 2,23 \cdot 10^{-7} \text{ s} \approx 0,22 \mu\text{s}$$