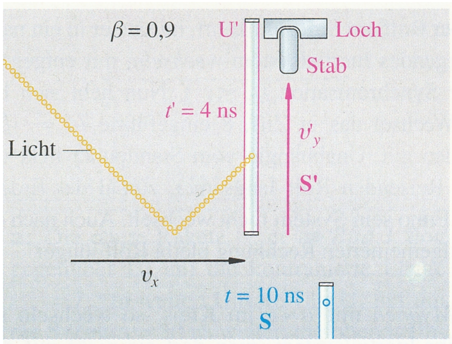

Im Bild dargestellt ist eine mit der Geschwindigkeit v_x nach rechts rasende Lichtuhr U' mit der Länge l. Neben der Uhr mitfliegend ist ein Eisenstück zu sehen, das in y-Richtung fliegend gerade ein Loch in ein Hindernis schlägt. Im ruhenden Bezugssystem S soll für den Flug die Zeit $t = 10\,\mathrm{ns}$ vergehen. Die fliegende Lichtuhr U' zeigt dabei aber die Zeit $t' = 4\,\mathrm{ns}$ an. Diese Zeitdilatation ist gegeben, wenn $\beta = \frac{v}{c} = 0{,}917$. Kontrolle:

$$t' = t \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = t \cdot \sqrt{1-\beta^2} = 10\,\mathrm{ns} \cdot \sqrt{1 - 0{,}917^2} \approx 4\,\mathrm{ns}$$

<table>
<tr><td>Im System S':</td><td>Im System S:</td></tr>
<tr><td>Das Eisenstück fliegt langsam nach oben.</td><td>Das Eisenstück fliegt sehr schnell schräg
nach rechts oben.</td></tr>
<tr><td>Der Körper hat die Ruhemasse m_0.</td><td>Der Körper hat die relativistische Masse m.</td></tr>
<tr><td>Die Geschwindigkeit in y-Richtung ist
$v'_y = \frac{l}{t'}$</td><td>Die Geschwindigkeit in y-Richtung ist
$v_y = \frac{l}{t} = \frac{l}{t'} \cdot \sqrt{1-\beta^2} < v'_y$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Man sieht in S eine geringere Geschwindigkeit in y-Richtung als in S'.</td></tr>
<tr><td>Impuls in S':
$p' = m_0 \cdot v'_y = m_0 \cdot \frac{l}{t'}$</td><td>Impuls in S:
$p = m \cdot v_y = m \cdot \frac{l}{t} = m \cdot \frac{l}{t'} \cdot \sqrt{1-\beta^2}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">In beiden Systemen ergibt sich das gleiche Loch. Also müssen die beiden Impulse gleich groß sein:
$m_0 \cdot \frac{l}{t'} = m \cdot \frac{l}{t'} \cdot \sqrt{1-\beta^2}$
Also muss $m_0 = m \cdot \sqrt{1-\beta^2}$</td></tr>
</table>

Zusammenfassung: Weil wir in S für den in y-Richtung fliegenden Körper eine kleinere Geschwindigkeit sehen, aber der Impuls in beiden Systemen gleich groß sein muss (Der Impuls ist ein Maß für die „Stoßwirkung“ eines Körpers), sehen wir als Ausgleich dafür eine entsprechend größere Masse, sodass das Produkt *Geschwindigkeit* mal *Masse* gleich bleibt.

Merksatz: Die Masse m eines relativ zu uns mit $v = \beta c$ bewegten Körpers steigt mit der Geschwindigkeit v an. Wenn der Körper in Ruhe die Ruhemasse m_0 besitzt, dann hat er bei der Geschwindigkeit v die relativistische Masse m mit

$$m = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \text{ mit } \beta = \frac{v}{c}$$

Beispiel: Das Eisenstück habe die Ruhemasse von 1 kg. Mit dem Wert von β von oben ergibt sich eine relativistische Masse

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{1\,\text{kg}}{\sqrt{1 - 0{,}917^2}} \approx 2{,}5\,\text{kg}$$

Aufgabe 1: In einem Fernsehgerät herkömmlicher Bauweise (Röhrengerät) fliegen die Elektronen mit ca. 30% der Lichtgeschwindigkeit von der Anode zum Bildschirm.

1. Welche relativistische Masse haben die Elektronen während ihres Fluges?
2. Um wieviel Prozent vergrößert sich ihre Masse?
3. Mit welchem Faktor wird die Masse der Elektronen bei 99% der Lichtgeschwindigkeit vergrößert?

Aufgabe 2: Obwohl es in Deutschland erlaubt wäre, fast mit Lichtgeschwindigkeit auf Autobahnen zu fahren, schafft man es mit handelsüblichen Autos ($m_0 \approx 2000\,\text{kg}$) höchstens auf ca. $300\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Zeige, dass dabei der Zuwachs der Masse $\Delta m = m - m_0$ durchaus vernachlässigbar ist (Tipp: Näherung benutzen).

Näherungen :

$$\left.\begin{aligned} \sqrt{1 - \left(\tfrac{v}{c}\right)^2} &\approx 1 - \tfrac{1}{2}\left(\tfrac{v}{c}\right)^2 \\ \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\tfrac{v}{c}\right)^2}} &\approx 1 + \tfrac{1}{2}\left(\tfrac{v}{c}\right)^2 \end{aligned}\right\} \quad \text{für} \quad v \ll c.$$

Exakt : $c = 299\,792\,458$ m/s