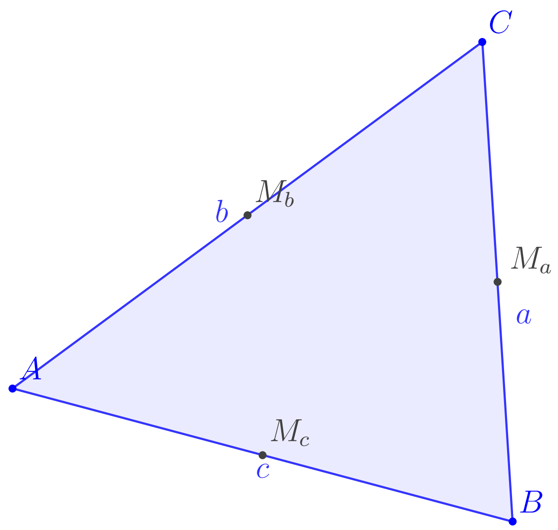
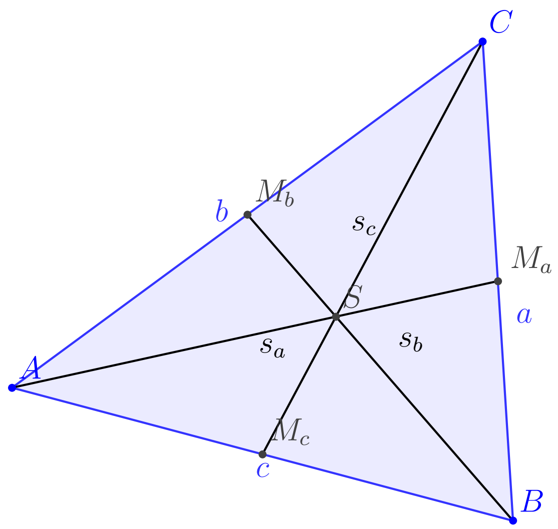
Geometrie: Besondere Linien im Dreieck — Kl. 8 — Februar 2010

Gierhardt — Immanuel-Kant-Gymnasium Heiligenhaus

Die Seitenhalbierende



Wir zeichnen ein Dreieck ABC, bezeichnen die Ecken mit A, B und C und die Seiten mit a, b und c.
Wir zeichnen auch die Seitenmitten M_A, M_b und M_c.



Wir zeichnen die Strecken ______, ______ und ______.
Wir bezeichnen ______ mit s_a, ______ mit s_b und ______ mit s_c.
Diese Strecken nennt man die ____________ ______________ des Dreiecks.
Die Strecken s_a, s_b und s_c schneiden sich in einem Punkt S.
Diesen Punkt nennt man auch __________ ______________ des Dreiecks.

Aufgaben

1. Zeichne das Dreieck $\Delta M_a M_b M_c$. Formuliere Aussagen

   (a) Die Strecke $\overline{M_a M_b}$ ist ________________________________.

   (b) Die Strecke $\overline{M_a M_c}$ ist ________________________________.

   (c) Die Strecke $\overline{M_b M_c}$ ist ________________________________.

(d) Was kann man über die vier entstandenen Dreiecke sagen?
Die vier Dreiecke sind ________________, weil ________________________________
____
____

2. **Behauptung:** Die Seitenhalbierenden zerlegen ein Dreieck in sechs kleinere flächengleiche Dreiecke.

   Beweis: Wir benutzen für die Flächeninhalte die Abkürzungen

   $$x = A_{\Delta AM_cS}, y = A_{\Delta BM_aS} \quad \text{und} \quad z = A_{\Delta CM_bS}.$$

   $A_{\Delta AM_cS} = A_{\Delta M_cBS}$, weil

   $A_{\Delta BM_aS} = A_{\Delta M_aCS}$, weil

   $A_{\Delta CM_bS} = A_{\Delta M_bAS}$, weil

   Nun ist auch

   $A_{\Delta AM_cC} = A_{\Delta M_cBC}$, weil

   Mit den Abkürzungen (bitte in Zeichnung eintragen!) folgt dann

   __________=__________, d.h. _____=_____.

   Ebenso ist

   $A_{\Delta BM_aA} = A_{\Delta M_aCA}$, weil

   Mit den Abkürzungen folgt dann

   __________=__________, d.h. _____=_____.

   Schließlich ergibt sich zusammengefasst _____=_____=_____, d.h. die Dreiecke sind gleich groß.

3. **Behauptung:** Der Schwerpunkt zerlegt eine Seitenhalbierende in zwei Teilstrecken, wobei eine doppelt so groß wie die andere ist.

   Beweis: Das Dreieck ΔSCA ist doppelt so groß wie das ΔM_cSA. Die beiden Dreiecke haben aber die gleiche ________________, wenn $\overline{SC}$ und $\overline{SM_c}$ die Grundseiten sind. Also ist $\overline{SC}$ __________________________ wie $\overline{SM_c}$.

   Für die anderen Seitenhalbierenden zeigt man es ebenso.

-e Seitenmitte, -n	
-e Seitenhalbierende, -n	zerlegen
-r Schwerpunkt, -e	