Einleitende Beispiele

1. Unter sechs gleich aussehenden Kugeln befindet sich eine Kugel mit einem größeren Gewicht. Die anderen Kugeln haben gleiches Gewicht. Mit wie vielen Wiegevorgängen mit einer Balkenwaage findet man sicher die schwerere Kugel?

   Lösung: Man legt drei Kugeln auf jede Waagschale. Dann ergibt sich ein Ausschlag und man weiß, in welchem Dreierpack sich die schwerere Kugel befindet. Von diesen restlichen drei Kugeln legt man beliebige zwei auf die beiden Waagschalen. Ergibt sich kein Ausschlag, war es die nicht gewogene Kugel.

2. Die Anzahl der Kugeln sei n und die Anzahl der Wiegevorgänge sei w.

   (a) Fülle die folgende Tabelle aus.

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	...	27	28	...	81
w	1	1	2	2	2	2	2	2	3	3	3		3	4	4	4

n	82	...	243	244	...	729	730	...	2087
w	5	5	5	6	6	6	7	7	7

   Lösung: Z.B. teilt man 27 Kugeln in drei 9er-Packungen ein. Für eine 9er-Packung benötigt man 2 Wiegevorgänge, also insgesamt 3.

   (b) Wie viele Wiegevorgänge benötigt man für 1537 Kugeln?

   Lösung: Es ergeben sich 7 Wiegevorgänge (siehe Formel).

   (c) Gib eine Formel für den Funktionsterm $w(n)$ der Funktion w an.

   Tipp: $[x]$ (lies: Gaussklammer x) ist die größte ganze Zahl $a <= x$.

   Lösung: $w(n) = [\log_3(n-1)+1]$.

3. Beschreibe, wie man in einem Lexikon nach einem Begriff sucht.

   Lösung: Man schlägt eine Seite etwa in der Mitte auf und weiß dann, in welchem Teil man weiter suchen muss. u.s.w.

Anschaulich

Führe eine Suche nach dem nicht vorhandenen Element 12 durch und trage jeweils l, h und m ein.

Lösung:

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$a[i]$	2	3	5	7	11	13	17	19	21	25
	l				m					h
						l		m		h
						l m	h			
					h	l				

Damit ist nun $h < l$. Das ist also die Abbruchbedingung.

Effizienz

Schätze durch eine Formel ab, wie viele Vergleiche bei der linearen und bei der binären Suche im schlimmsten Falle nötig sind, wenn das Feld n Elemente enthält.
Lösung: Bei der linearen Suche sind im schlimmsten Falle n Vergleiche nötig, bei ca. 1000 Elementen also 1000 Vergleiche.
Bei der binären Suche kann man z.B. ein Feld aus 1024 Elementen durch einen Vergleich auf nur noch 512 zu untersuchende Elemente reduzieren. Die Anzahl der Vergleiche ist dementsprechend etwa proportional zu $\log_2 n$, bei ca. 1000 Elementen sind also nur ca. 10 Vergleiche nötig.